Cahiers québécois de démographie

Projections des ménages selon la taille
Une méthode applicable au Québec

Richard Boulard et Johanne Regimbald

Volume 6, numéro 2, août 1977

URI : https://id.erudit.org/iderudit/600740ar
DOI : https://doi.org/10.7202/600740ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Association des démographes du Québec

ISSN

0380-1721 (imprimé)
1705-1495 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Boulard, R. & Regimbald, J. (1977). Projections des ménages selon la taille : une méthode applicable au Québec. *Cahiers québécois de démographie*, *6*(2), 1–32. https://doi.org/10.7202/600740ar

Résumé de l'article

Nous désirons élaborer des perspectives de ménages qui serviront pour une étude des besoins de logements. Il fallait donc inclure dans nos résultats la caractéristique de la taille des ménages. La méthode des rapports aurait pu être utilisée en extrapolant les pourcentages des ménages selon le nombre de personnes. Ceci s'avérait trop complexe à manipuler. Nous avons donc cherché une méthode simple d'extrapolation.

Une méthode mise au point par M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT[1] a déjà été vérifiée en France, et elle s'est avérée suffisamment juste pour être utilisée comme méthode de projection des ménages selon la taille. Nous avons donc vérifié cette méthode pour le Québec, ses quasi-régions administratives et ses principales villes.

La méthode qui reconstitue la distribution des ménages selon la taille à partir de deux paramètres (moyenne et variance de la distribution), s'est avérée suffisamment fidèle aux observations des recensements antérieurs pour être applicable au Québec. Nous avons cependant noté un problème pour les ménages de taille 2 et 3. Un ajustement a posteriori semble résoudre ce problème d'incohérence entre les observations des recensements et la distribution théorique.

Cette méthode d'ajustement statistique nous permettra d'obtenir la ventilation du nombre des ménages selon la taille en faisant une hypothèse sur les paramètres du modèle : la moyenne et la variance de la distribution des ménages selon la taille. La moyenne sera connue pour les années futures (étant un résultat intermédiaire de nos perspectives par la méthode des taux de chefs); il n'y aura plus qu'à extrapoler les valeurs de la variance.

Cette méthode sera utile en ce sens qu'elle simplifie de beaucoup les étapes de calculs et d'extrapolations complexes où les risques d'erreur se multiplient.

(1) M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT, "Perspectives de ménages par nombre de personnes, essais méthodologiques", in *Etude et Conjoncture*, Vol. 22, n° 12, Décembre 1967, pp. 3-24.

Cahiers québécois de démographie
Vol. 6, no 2, août 1977

BOULARD, Richard et REGIMBALD, Johanne: Projections des ménages selon la taille: une méthode applicable au Québec.

SOMMAIRE

Nous désirons élaborer des perspectives de ménages qui serviront pour une étude des besoins de logements. Il fallait donc inclure dans nos résultats la caractéristique de la taille des ménages. La méthode des rapports aurait pu être utilisée en extrapolant les pourcentages des ménages selon le nombre de personnes. Ceci s'avérait trop complexe à manipuler. Nous avons donc cherché une méthode simple d'extrapolation.

Une méthode mise au point par M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT (1) a déjà été vérifiée en France, et elle s'est avérée suffisamment juste pour être utilisée comme méthode de projection des ménages selon la taille. Nous avons donc vérifié cette méthode pour le Québec, ses quasi-régions administratives et ses principales villes.

La méthode qui reconstitue la distribution des ménages selon la taille à partir de deux paramètres (moyenne et variance de la distribution), s'est avérée suffisamment fidèle aux observations des recensements antérieurs pour être applicable au Québec. Nous avons cependant noté un problème pour les ménages de taille 2 et 3. Un ajustement a posteriori semble résoudre ce

---

(1) M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT, "Perspectives de ménages par nombre de personnes, essais méthodologiques", in Etude et Conjoncture, Vol. 22, no 12, Décembre 1967, pp. 3-24.

problème d'incohérence entre les observations des recensements et la distribution théorique.

Cette méthode d'ajustement statistique nous permettra d'obtenir la ventilation du nombre des ménages selon la taille en faisant une hypothèse sur les paramètres du modèle: la moyenne et la variance de la distribution des ménages selon la taille. La moyenne sera connue pour les années futures (étant un résultat intermédiaire de nos perspectives par la méthode des taux de chefs); il n'y aura plus qu'à extrapoler les valeurs de la variance.

Cette méthode sera utile en ce sens qu'elle simplifie de beaucoup les étapes de calculs et d'extrapolations complexes où les risques d'erreur se multiplient.

Vol. 6, no 2, août 1977

PROJECTIONS DES MENAGES SELON LA TAILLE: UNE METHODE APPLICABLE AU QUEBEC

par

Richard BOULARD et Johanne REGIMBALD*

1. INTRODUCTION

Les perspectives des ménages publiées récemment sont basées pour la plupart sur la méthode des taux de chefs, lorsque les données nécessaires sont disponibles. Cette méthode de perspectives dérivées permet d'obtenir des résultats très détaillés: nombre des ménages selon l'âge, le sexe, l'état matrimonial, le lieu de résidence du chef, le nombre de personnes par ménage, etc. A notre connaissance, seules les caractéristiques d'âge, de sexe et d'état matrimonial du chef ont été traitées jusqu'à maintenant pour le Québec. (1)

---

* Service de la démographie et du recensement, Bureau de la Statistique du Québec.

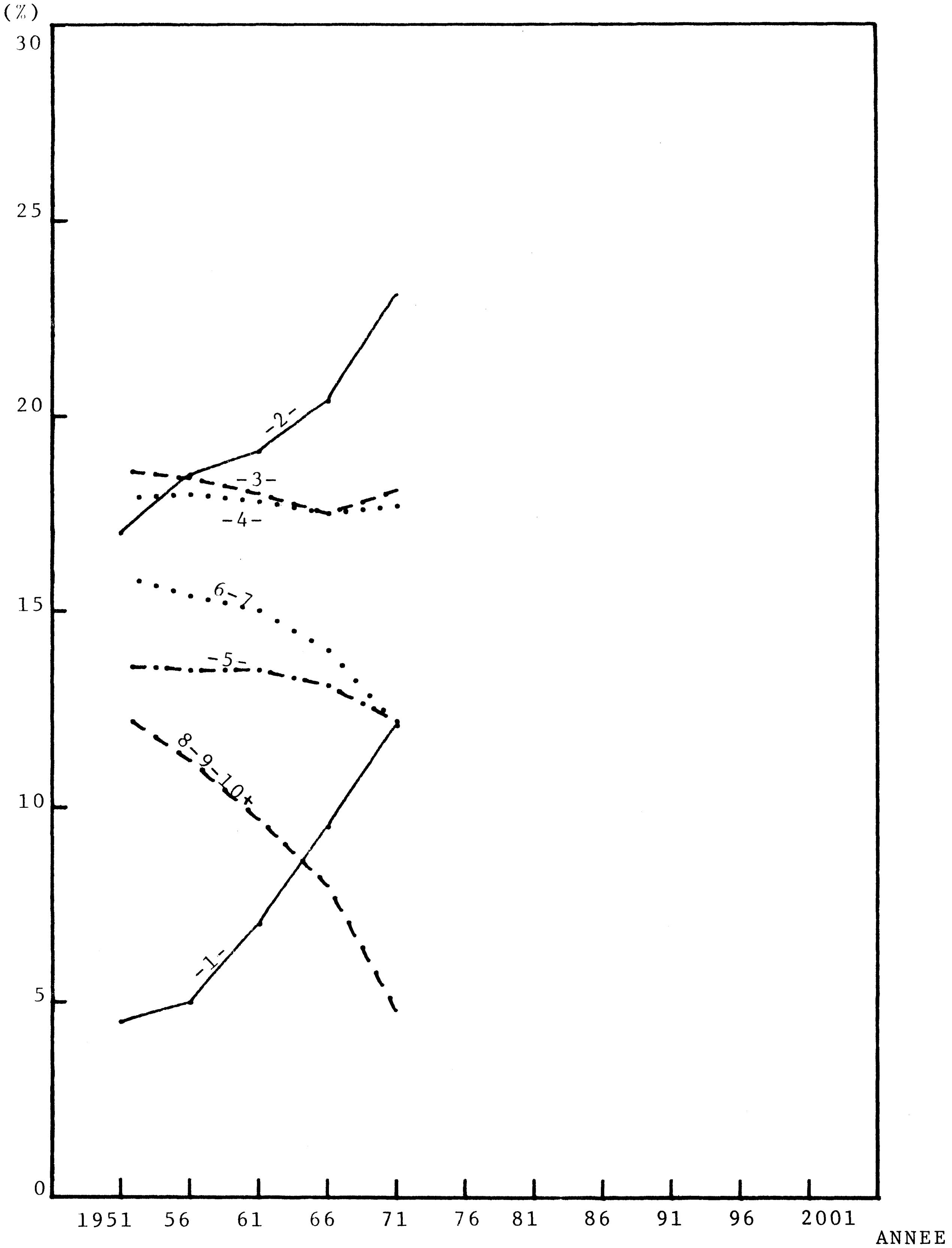
(1) Statistique Canada, Projections des ménages et des familles pour le Canada et les provinces jusqu'en 2001, cat. 91-517 Hors série, 1975, 237 p.

Nous tenons à remercier M. Norbert ROBITAILLE, Professeur au département de démographie de l'Université de Montréal, pour ses conseils judicieux.

Comme nous voulions élaborer des perspectives de ménages qui serviraient pour une étude des besoins de logements, il nous paraissait intéressant d'inclure dans nos résultats la caractéristique de la taille des ménages. Cette caractéristique a certainement une influence sur le type et le nombre de pièces des logements que les ménages désirent occuper.

La méthode des rapports (dont la méthode des taux de chefs est une application) aurait pu être utilisée dans ce cas précis. Il aurait fallu extrapoler les pourcentages des ménages selon le nombre de personnes par ménage pour les années futures. La figure 1 montre les pourcentages des ménages selon la taille pour le Québec dans les recensements de 1951 à 1971. Il fallait extrapoler ces pourcentages jusqu'en 2001. La complexité de cette méthode est évidente: la somme des 7 catégories (1 personne, 2,3,4,5,6-7 et 8+ personnes) doit être égale à 100% à chaque année. On aurait pu extrapoler à main levée les pourcentages jusqu'en 2001, en procédant à des ajustements pour que le total soit toujours 100%. Lorsqu'on songe que les perspectives seront élaborées pour les 10 régions administratives et les 20 grands périmètres urbains, on multiplie ce travail 30 fois, ce qui devient vite exorbitant. La répartition des ménages selon la

Figure 1: POURCENTAGE DES MENAGES SELON LA TAILLE DES MENAGES, QUEBEC 1951,56,61,66 et 1971.



Sources: Recensement du Canada, 1951, Vol III, table 45
" " " 1956, Vol I, Bulletin 1-13, tabl.34
" " " 1961, Cat.93-150, tabl.2
" " " 1966, Cat.93-603, tabl.9
" " " 1971, Cat.93-702, tabl.3

taille est peu pratique dans un modèle de projection à cause de sa complexité.

Nous avons donc cherché des méthodologies qui seraient plus faciles à appliquer. Il fallait trouver une méthodologie simple qui reconstitue la distribution future des ménages selon la taille à l'aide de quelques paramètres. L'extrapolation de deux paramètres, par exemple, est beaucoup plus facile à exécuter, et on peut même vérifier l'importance de l'un ou l'autre dans le modèle. Il fallait bien sûr que ces paramètres aient une signification, en ce sens qu'ils puissent être extrapolés, à moyen terme du moins, avec une certaine confiance selon des hypothèses vraisemblables.

La méthode de l'ajustement statistique (1) répondait à ces critères car elle utilise deux paramètres seulement: la moyenne et la variance de la distribution. Ces paramètres ont une signification intéressante et peuvent être extrapolés en se basant sur les tendances passées par exemple. Leur évolution n'est certes pas aléatoire. Après une brève description de la méthode, nous allons vérifier si elle est applicable au Québec, et nous verrons enfin un exemple d'application pour les années futures.

---

(1) BAMAS M.F., et TRIBALLAT N., "Perspectives de ménages par nombre de personnes, essais méthodologiques", in <u>Etude et Conjoncture</u>, Vol.22, no 12, Décembre 1967, pp.3-24.

2. METHODE DE L'AJUSTEMENT STATISTIQUE

Connaissant la répartition des ménages selon leur taille pour les derniers recensements, il serait intéressant de pouvoir ajuster cette distribution par une distribution théorique. Cette distribution théorique doit satisfaire les deux conditions suivantes:

- Ce doit être une distribution de probabilité discrète dont la somme égale 100%, car le domaine de la variable X_i (nombre de personnes par ménage) se compose de l'ensemble des valeurs entières, égales ou supérieures à 1.
- La variance de la distribution doit être supérieure à la moyenne puisque cette condition a été généralement observée dans les recensements antérieurs; par exemple, la moyenne et la variance sont respectivement de 3,7 et 4,3 pour le Québec en 1971.

Il résulte de cette analyse qu'aucune loi "pure", telles que les lois binômiales, de Poisson ou dérivées de ces dernières, ne peut satisfaire les deux conditions précédemment établies. Il ne reste plus alors que les mélanges probabilistes des lois précédentes dont fait partie le mélange de lois de Poisson élémentaires selon une loi γ [1]. L'espérance et la variance de cette loi sont respectivement $\frac{p}{c}$ et $\frac{p}{c}+\frac{p}{c^2}$. Ainsi, la variable X de ce mélange qualifié de "gammaïen" a pour probabilité élémentaire l'expression suivante:[2]

$$P_r\,(X=j) = \int_0^\infty \frac{c^p\, e^{-cm}\, m^{p-1}}{\Gamma(p)} \cdot \frac{e^{-m}\, m^j}{j!}\, dm$$

D'autre part, nous savons que e^{tm} peut s'écrire sous la forme générale $\sum_0^\infty \frac{m^j\, t^j}{j!}$ et par conséquent, la $P_r\,(X=j)$ devient le coefficient du terme en t^j dans le développement de $\int_0^\infty \frac{c^p\, e^{-cm}\, m^{p-1}\, e^{-m+mt}}{\Gamma(p)}\, dm$.

Après quelques transformations[1] de cette dernière expression, nous obtenons l'égalité suivante:

$$\int_0^\infty c^p\, e^{-cm}\, m^{p-1}\, e^{-m+mt}\, dm = \left(\frac{c}{c+1}\right)^p \left(1-\frac{t}{c+1}\right)^{-p}.$$

Or, le terme $\left(1-\frac{t}{c+1}\right)^{-p}$ peut se développer en série entière par rapport à t, et chaque élément de la série est, par la suite, multiplié par la constante $\left(\frac{c}{c+1}\right)^p$.

Nous pouvons alors constater que les coefficients des termes en t correspondent aux probabilités élémentaires de la variable X.

---

(1) Nous présentons en annexe quelques définitions et caractéristiques supplémentaires concernant les différentes lois.

(2) Pour plus de détails, le lecteur pourra consulter l'article de M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT, déjà cité.

Enfin, pour évaluer les paramètres p et c, il suffit de résoudre le système d'équations à 2 inconnues ci-dessous:[1]

$$E(N-1) = E(N) - 1 = \frac{p}{c}$$
$$V(N-1) = V(N) = \frac{p}{c} + \frac{p}{c^2}$$

Où N = la taille du ménage.

$E(N)$ = la moyenne observée de la taille du ménage à un recensement donné.

$V(N)$ = la variance observée à un recensement donné.

Ayant trouvé les valeurs pour p et c, nous n'avons qu'à les substituer dans les coefficients du développement cités plus haut. Nous connaissons alors la répartition des ménages selon leur taille suivant le mélange "gammaïen".

Nous avons vérifié l'ajustement par la loi "gammaïenne" de Poisson, et pour comparer cet ajustement, nous avons également fait la vérification avec la loi de Poisson élémentaire. Voici quelques notes explicatives sur l'application de cette loi de Poisson élémentaire.

La distribution de probabilité de la loi de Poisson s'écrit: $$P_r(X = i) = \frac{e^{-m} m^i}{i!}$$

---

(1) Il a fallu soustraire N d'une unité car N ne peut prendre la valeur 0, un ménage compte toujours au moins 1 personne.

Où m = la moyenne observée de la taille des ménages à un recensement donné;[1]

i = la taille d'un ménage (1,2....,10+)

A partir de la fonction établie ci-haut, nous avons calculé les probabilités pour $i=0,1,2,....10+$. Nous avons ensuite réparti la probabilité où $i=0$ au prorata de chacune des autres probabilités parce que la valeur 0 appartient au domaine des valeurs de cette loi théorique, mais ne peut être considérée dans ce cas, un ménage comptant toujours au moins 1 personne. Voilà comment nous avons obtenu la répartition des ménages selon leur taille en utilisant la loi de Poisson.

3. VERIFICATION DE LA METHODE.

Nous avons vérifié la méthode en utilisant comme ajustement la loi de Poisson et la loi "gammaïenne" de Poisson, par rapport aux données observées dans les recensements. Pour simplifier les calculs, nous avons utilisé un programme APL qui fonctionne comme ceci[2]: on y entre la moyenne de la distribution (nombre moyen de

---

(1) Il faut soustraire 1 de m car la valeur 0 ne fait pas partie du domaine des valeurs de i.

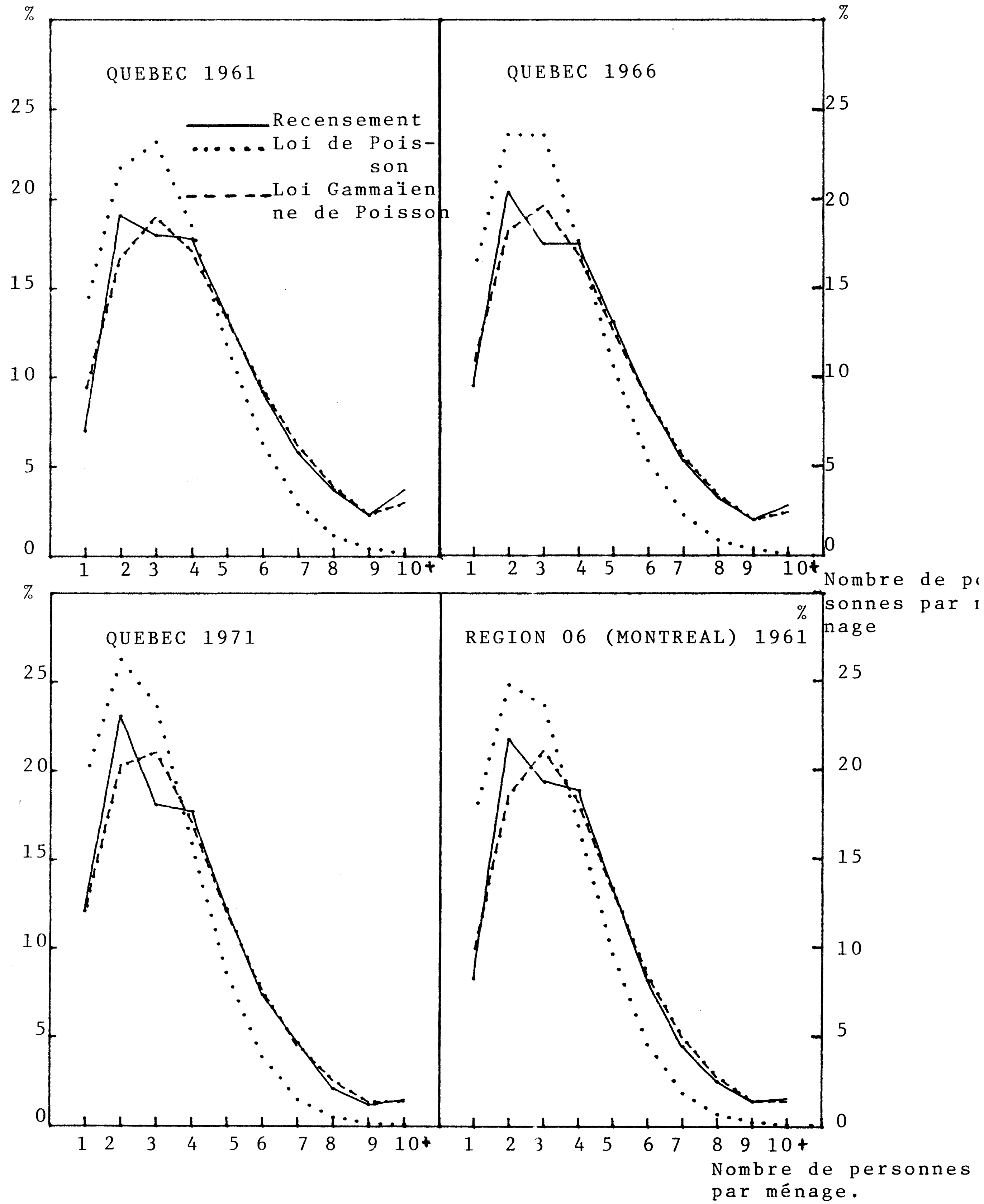
(2) Nous tenons à remercier Gilles VAILLANCOURT du Service de l'informatique du B.S.Q. pour son aide précieuse.

de personnes par ménage) et les valeurs de la distribution (pourcentage des ménages selon la taille des ménages) au recensement. L'ordinateur calcule alors la variance de la distribution qui va maintenant servir comme entrée. Avec les valeurs de la moyenne et de la variance, l'ordinateur calcule les valeurs de la distribution selon la loi de Poisson et selon la loi "gammaïenne" de Poisson. On nous fournit également le χ^2 (khi-deux) pour vérifier statistiquement laquelle des deux lois (Poisson ou "gammaïenne" de Poisson) s'ajuste la mieux aux données observées lors du recensement.

Nous ne présentons à la figure 2 que quelques exemples assez représentatifs de l'ensemble des vérifications que nous avons effectué. Le test du χ^2 (voir tableau 1) montre que l'ajustement est meilleur par la loi "gammaïenne" de Poisson dans presque tous les cas: une seule exception sur 52 cas (quasi-région 09 en 1966).

Nous allons donc utiliser l'ajustement selon la loi "gammaïenne" de Poisson. On peut noter sur les graphiques de la figure 2 que les différences les plus importantes par rapport aux données observées lors des recensements se produisent dans le cas des ménages de 2 et 3 personnes.

Figure 2A: POURCENTAGE DES MENAGES PAR TAILLE DES MENAGES SELON LE RECENSEMENT, LA LOI DE POISSON ET LA LOI GAMMAIENNE DE POISSON.



Source: Recensement du Canada, 1961, Cat.93-510
" " " , 1966, Cat.93-603
" " " , 1971, Cat.93-702

Figure 2B: POURCENTAGE DES MENAGES PAR TAILLE DES MENAGES, SELON LE RECENSEMENT, LA LOI DE POISSON ET LA LOI GAMMAIENNE DE POISSON.

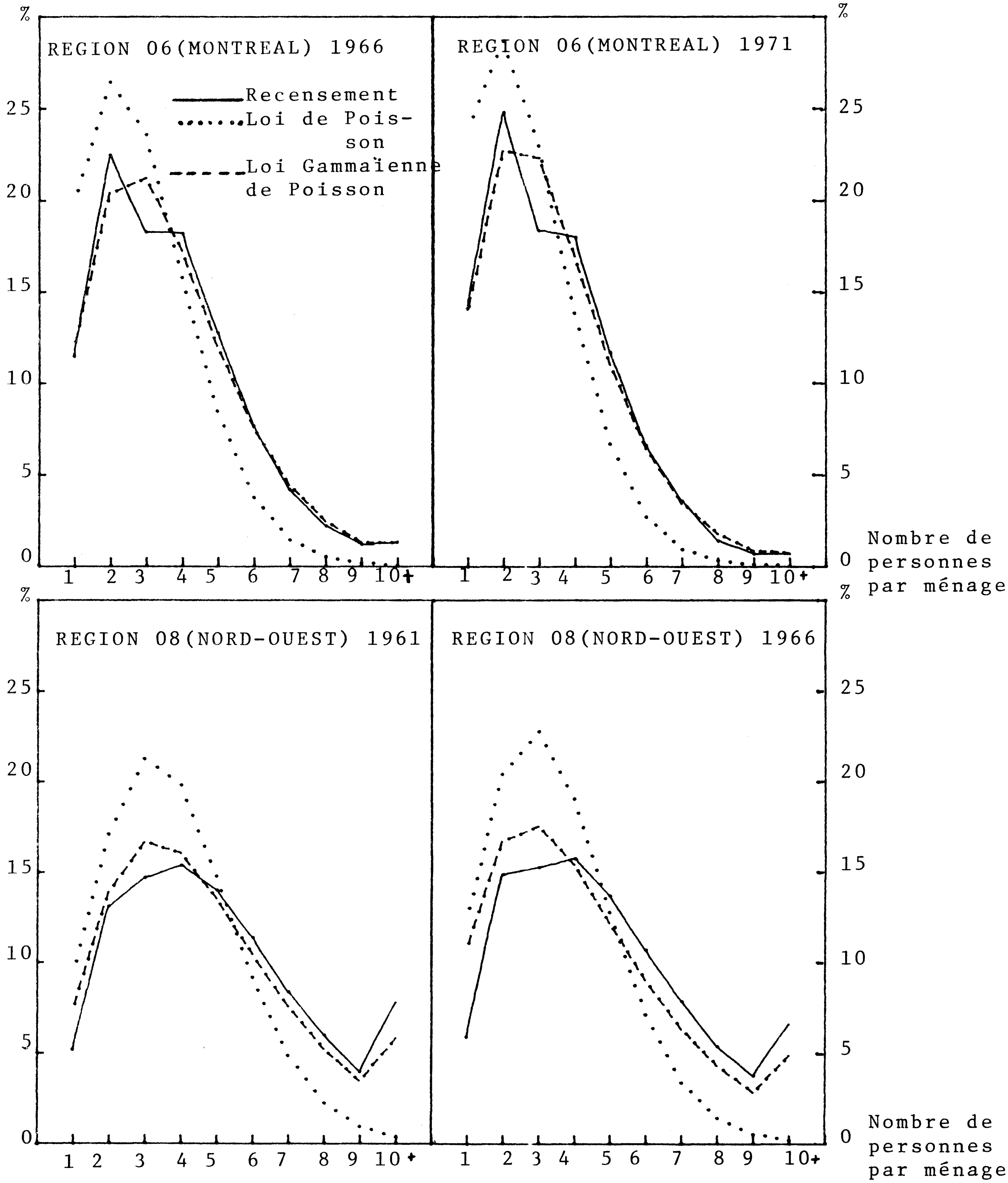


Figure 2C: POURCENTAGE DES MENAGES PAR TAILLE DES MENAGES, SELON LE RECENSEMENT, LA LOI DE POISSON ET LA LOI GAMMAIENNE DE POISSON.

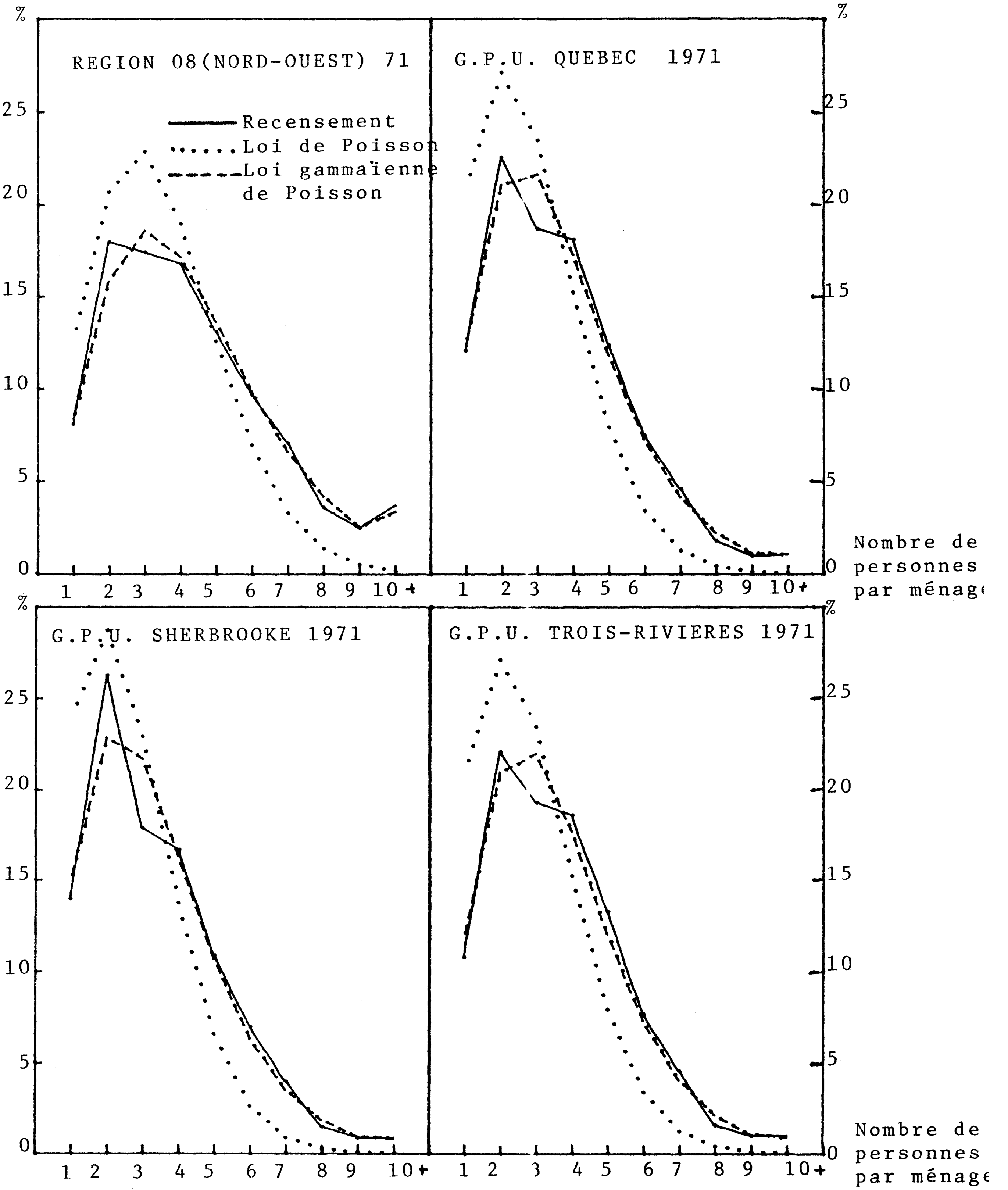


Tableau 1: RESULTATS DU TEST DU χ^2 POUR LA LOI DE POISSON ET LA LOI GAMMAIENNE DE POISSON, PAR RAPPORT AUX DONNEES DU RECENSEMENT.

Cadre géographique et temporel	Loi de Poisson	Loi Gammaïenne de Poisson	Cadre géographique et temporel	Loi de Poisson	Loi Gammaïenne de Poisson
QUEBEC 1951	95,60	2,13	QUASI-REGION		
QUEBEC 1956	112,43	2,10	1971		
QUEBEC 1961	119,93	1,08	01	103,46	1,05
QUEBEC 1966	114,50	0,70	02	76,98	1,13
QUEBEC 1971	80,60	0,93	03	81,88	0,89
			04	80,07	0,88
QUASI-REGION			05	107,18	1,63
1961			06	59,47	1,10
01	92,77	2,55	07	85,88	0,86
02	70,88	1,71	08	94,48	0,56
03	85,06	1,34	09	68,57	0,51
04	84,34	1,00			
05	120,74	1,51	GRANDS PERIMETRES		
06	64,07	1,01	URBAINS 1971		
07	88,80	0,80			
08	181,66	1,94	Baie-Comeau	47,34	0,25
09	21,54	20,18	Chicoutimi-Jonquière	61,10	1,00
			Drummondville	92,66	1,14
QUASI-REGION			Granby	86,94	0,94
1966			Hull	54,96	0,77
01	96,41	2,22	Joliette	63,62	1,43
02	73,50	1,32	Montréal	57,46	1,25
03	84,59	0,94	Québec	69,51	0,74
04	91,64	0,83	Rimouski	89,23	0,41
05	131,02	1,63	Rouyn	52,43	0,54
06	78,56	0,79	St-Hyacinthe	87,14	1,36
07	86,68	0,90	St-Jean	53,02	1,55
08	277,73	4,68	St-Jérôme	64,89	0,89
09	14,78	25,48	Shawinigan	47,42	0,68
			Sherbrooke	76,61	1,45
			Sorel	52,44	1,04
			Thetford-Mines	56,18	1,05
			Trois-Rivières	64,66	0,87
			Valleyfield	47,05	1,31
			Victoriaville	66,55	0,94

Source: Service de la démographie et du recensement
BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC

L'erreur est presque "systématique", aussi bien pour les grands périmètres urbains que pour les quasi-régions et l'ensemble du Québec: l'ajustement par la loi gammaïenne de Poisson sous-estime les données du recensement pour les ménages de 2 personnes, alors qu'il surestime les données du recensement pour les ménages de 3 personnes. Nous pensons modifier légèrement le programme en y incorporant un facteur correctif, si cette différence persiste de façon aussi systématique pour des sous-catégories de ménages.

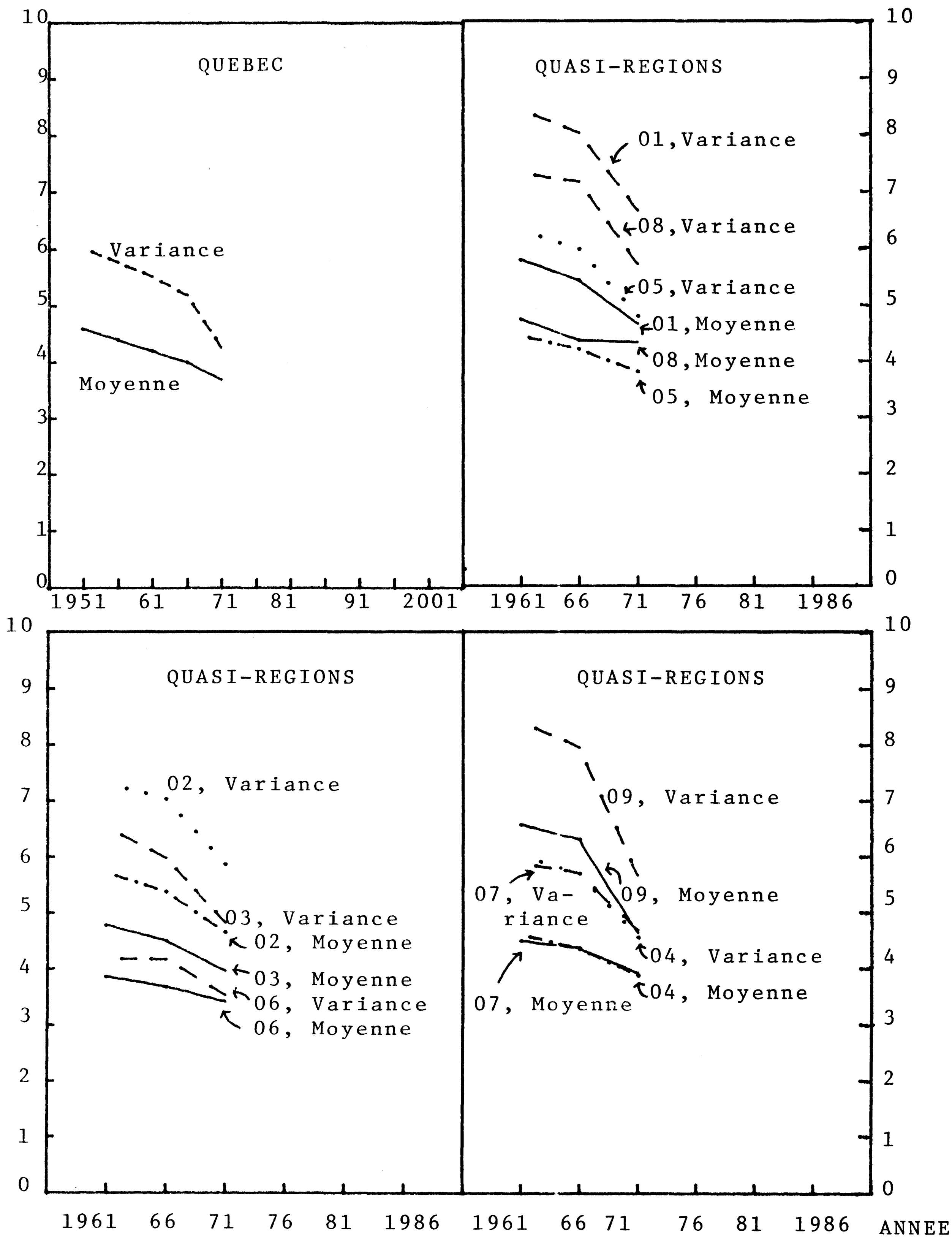
On peut dès lors conclure que la méthode de l'ajustement statistique par une loi gammaïenne de Poisson est applicable au Québec avec les données des recensements antérieurs. On pourra donc s'en servir pour estimer la distribution future des ménages, à moyen terme du moins, avec une certaine confiance, car, si l'ajustement a été relativement satisfaisant dans un passé récent, on peut penser qu'il le sera dans un proche avenir.

4. LES PARAMETRES A EXTRAPOLER

Cette méthode sera d'autant plus simple à appliquer qu'un des deux paramètres nous sera connu (la moyenne), car c'est un des résultats des perspectives des ménages par la méthode des taux de chefs qui seront élaborées avant la phase de la taille des ménages. Connaissant le nombre des ménages par catégorie et les effectifs correspondants de population, on obtiendra par simple division le nombre moyen de personnes par ménage. Il ne restera plus qu'à extrapoler la variance de la distribution.

La variance pourra être extrapolée en poursuivant la tendance des années passées. Comme la moyenne et la variance sont dépendantes l'une de l'autre, on pourra se servir des valeurs de la moyenne pour extrapoler la variance. La figure 3 montre les valeurs de la moyenne et de la variance de la distribution de la taille des ménages pour l'ensemble du Québec de 1951 à 1971 et pour les quasi-régions de 1961 à 1971. Notons que la moyenne sera estimée pour l'ensemble du Québec jusqu'en 2001 et pour les quasi-régions jusqu'en 1986 à la fin de la première phase des perspectives des ménages; on va donc extrapoler la variance de manière à ce qu'elle se rapproche graduellement de la valeur de la moyenne, sans toutefois l'égaler.

Figure 3: MOYENNE ET VARIANCE DE LA DISTRIBUTION DE LA TAILLE DES MENAGES, SELON LES RECENSEMENTS.



Source: Service de la démographie et du recensement BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC.

5. UN EXEMPLE: LE QUEBEC 1951-2001.

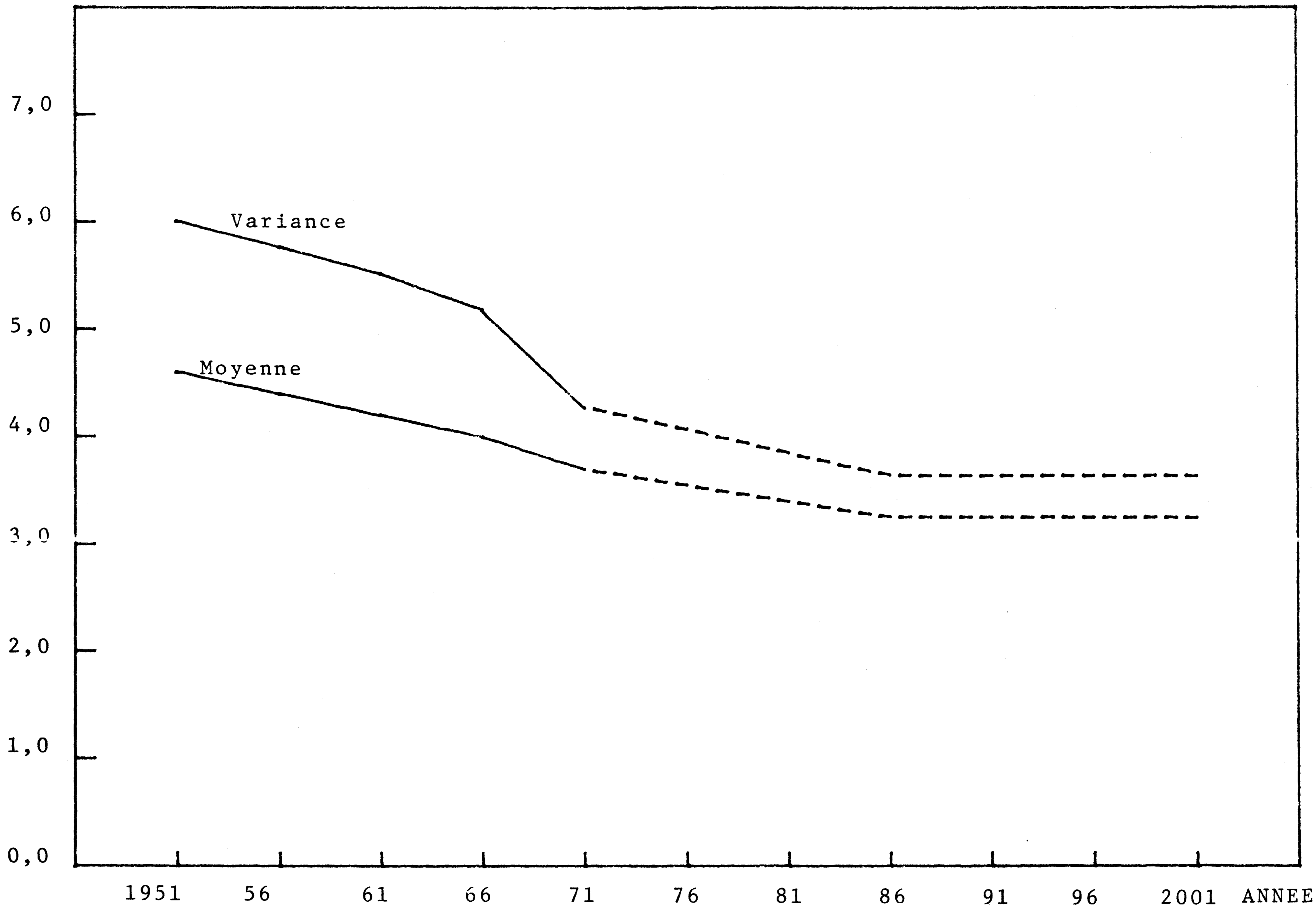
Pour montrer les résultats possibles de l'ajustement théorique par une loi gammaïenne de Poisson, nous allons présenter dans cette section un exemple, hypothétique bien sûr, de la reconstitution de la distribution des ménages selon la taille pour le Québec de 1951 à 2001. Les valeurs des deux paramètres (moyenne et variance de la distribution) sont connues de 1951 à 1971 (voir figure 3). L'extrapolation des deux paramètres fait l'objet de la figure 4, et le tableau ci-dessous montre les valeurs de la moyenne et de la variance de 1951 à 2001.

Tableau 2: MOYENNE ET VARIANCE DE LA DISTRIBUTION DE LA TAILLE DES MENAGES, QUEBEC 1951-1971 ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001.

Année	Moyenne	Variance	Année	Moyenne	Variance
1951	4,60	6,01	1976	3,55	4,07
1956	4,40	5,77	1981	3,40	3,85
1961	4,20	5,52	1986	3,25	3,64
1966	4,00	5,19	1991	3,25	3,64
1971	3,70	4,28	1996	3,25	3,64
			2001	3,25	3,64

Source: Service de la démographie et du recensement
BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC

Figure 4: MOYENNE ET VARIANCE DE LA DISTRIBUTION DE LA TAILLE DES MENAGES, QUEBEC 1951-1971 ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001.



Source: Service de la démographie et du recensement
BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC

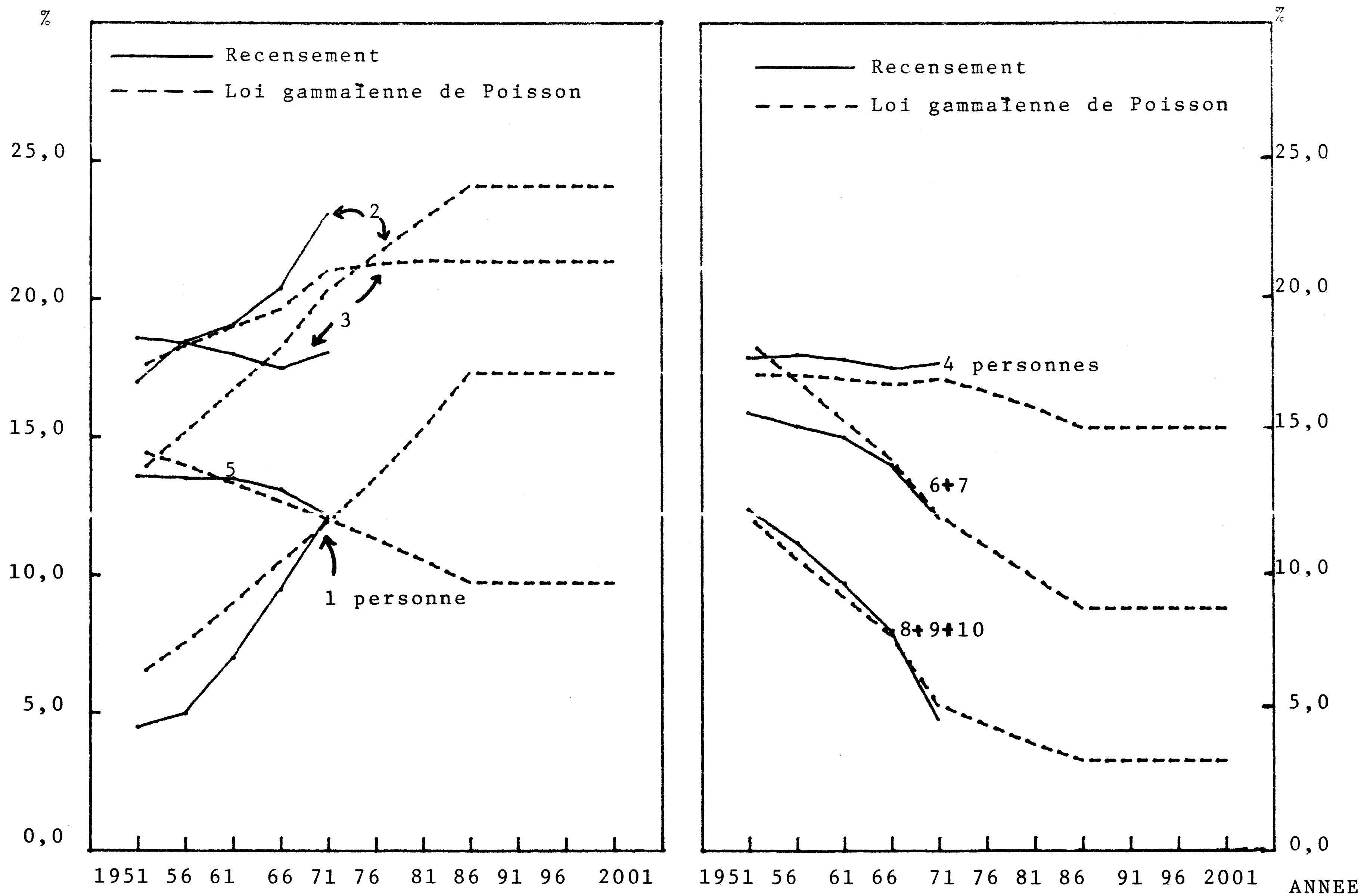
Ces chiffres sont hypothétiques et ne reposent pas sur une analyse en profondeur; ils sont présentés pour illustrer les résultats possibles de la méthode. En ce sens, nous faisons une simulation, rien de plus. Nous allons utiliser les valeurs de ces deux paramètres pour obtenir la distribution des ménages selon la taille par la méthode de l'ajustement statistique (loi gammaïenne de Poisson).

La figure 5 illustre les résultats. Les pourcentages des ménages selon la taille observés aux recensements de 1951 à 1971 apparaissent en trait plein, alors que les pourcentages résultant de l'ajustement apparaissent en trait discontinu de 1951 à 2001. La qualité de l'ajustement n'est pas égale selon la taille. On peut distinguer trois (3) catégories différentes de résultats.

Pour les ménages de 4,5 et 8+9+10 personnes, l'ajustement par la loi gammaïenne de Poisson est très satisfaisant pour les années passées (1951-1971), si bien que l'extrapolation pour les années futures (1971-2001) est vraisemblable et ne présente pas d'incohérence.

Pour les ménages de 1 et de 6+7 personnes, l'ajustement pour les années passées n'est pas très juste en début de période (1951-1961), mais à partir de 1961 l'ajustement est nettement meilleur, si bien qu'en 1971 il est remar-

Figure 5: POURCENTAGE DES MENAGES SELON LA TAILLE, QUEBEC 1951-1971 ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001. HYPOTHESES: MOYENNE CONSTANTE (1986-2001) A 3,25 VARIANCE CONSTANTE (1986-2001) A 3,64



Source: BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC
Service de la démographie et du recensement

quablement juste. Dans ces conditions, l'extrapolation pour les années futures est vraisemblable et ne présente pas d'incohérence.

Quant aux ménages de 2 et de 3 personnes, l'ajustement pour les années passées n'est pas très juste, et ceci, du début à la fin de la période (1951-1971), si bien que l'extrapolation pour les années futures n'est pas sûre. Nous avions déjà noté ce problème (chapitre 3) et même suggéré une solution: le redressement a posteriori par un facteur correctif. On peut montrer rapidement quels seraient les résultats en corrigeant les données, un peu arbitrairement, pour les ménages de 2 et de 3 personnes.

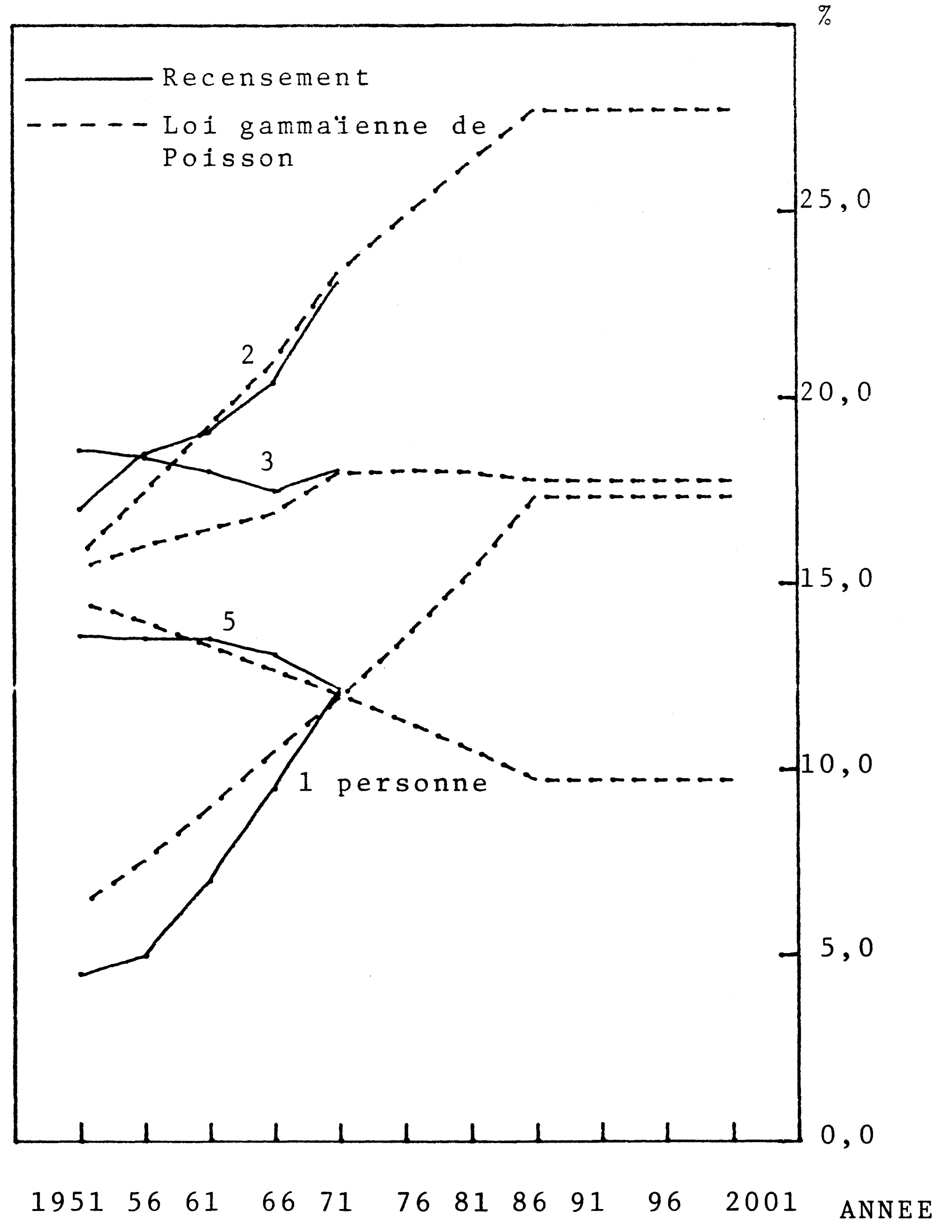
C'est ce que nous avons fait au tableau 3. La figure 6 illustre les pourcentages corrigés des ménages selon la taille. L'ajustement corrigé correspond davantage aux observations des recensements dans le cas des ménages de 2 personnes, et l'extrapolation est donc vraisemblable et ne présente pas d'incohérence. Pour les ménages de 3 personnes, l'ajustement corrigé est moins juste en début de période (1951-1961), mais il tend à se rapprocher des observations des recensements de 1961 à 1971, et l'extrapolation pour les années futures semble raisonnable et cohérente.

Tableau 3: POURCENTAGE CORRIGE DES MENAGES DE TAILLE 2 ET 3, QUEBEC 1951-2001.

Année	Ménages 2 personnes		Ménages 3 personnes	
	Données		Données	
	Brutes (1)	Corrigées (2)=(1) x 1,15	Brutes (3)	Corrigées (4)=(3)-[(2)-(1)]
1951	13,71	15,77	17,52	15,46
1956	15,18	17,46	18,33	16,05
1961	16,72	19,23	19,02	16,51
1966	18,23	20,96	19,66	16,93
1971	20,33	23,38	21,06	18,01
1976	21,62	24,86	21,31	18,07
1981	22,89	26,32	21,43	18,00
1986	24,12	27,74	21,38	17,76
1991	24,12	27,74	21,38	17,76
1996	24,12	27,74	21,38	17,76
2001	24,12	27,74	21,38	17,76

Source: Service de la démographie et du recensement
BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC

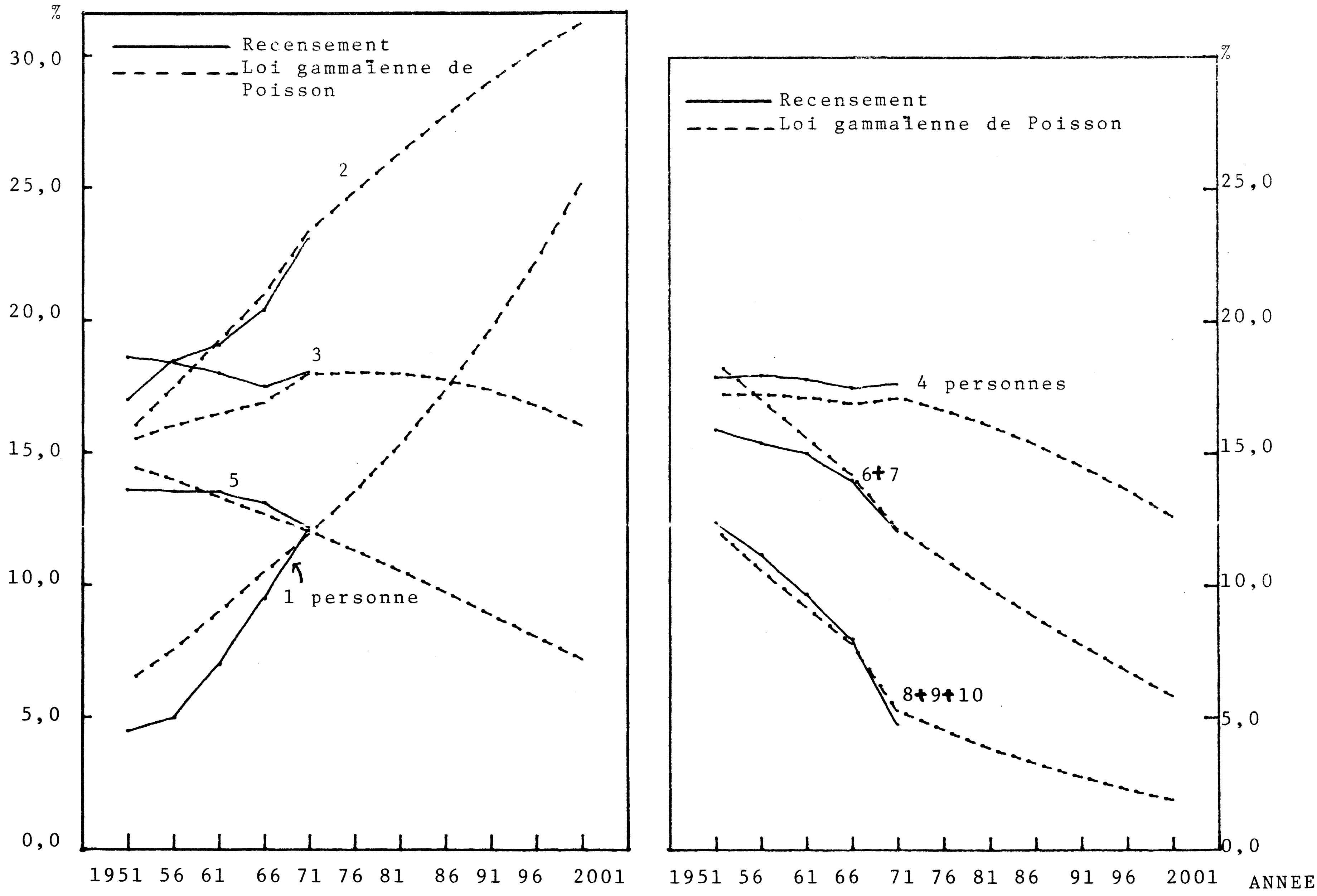
Figure 6: POURCENTAGE CORRIGE DES MENAGES SELON LA TAILLE, QUEBEC 1951-1971 ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001. HYPOTHESES: MOYENNE ET VARIANCE CONSTANTES (1986-2001).



Nous avons effectué d'autres vérifications pour voir les résultats possibles de l'ajustement selon diverses hypothèses relatives aux deux paramètres du modèle. Lorsque la moyenne et la variance diminuent de façon constante jusqu'en 2001 pour atteindre respectivement les valeurs 2,8 et 3,0, les ménages de 1 et 2 personnes deviennent très nombreux (25% et 31% en 2001), alors que les ménages de 8+9 + 10 personnes deviennent tout à fait marginaux (environ 2% en 2001). C'est ce que montre la figure 7. Dans ce cas, on peut dire que globalement l'extrapolation pour les années futures (1971-2001) est logique et ne présente pas d'incohérence, compte tenu des hypothèses. Les pourcentages pour les ménages de 2 et 3 personnes ont été corrigés de la même manière qu'au tableau 3. Il y a un fait intéressant à noter: le pourcentage des ménages de 3 personnes diminue légèrement de 1986 à 2001, ce qui est logique compte tenu des hypothèses, mais peu vraisemblable selon nous; le nombre moyen de personnes par ménage sera certainement plus élevé que 2,8 en 2001.

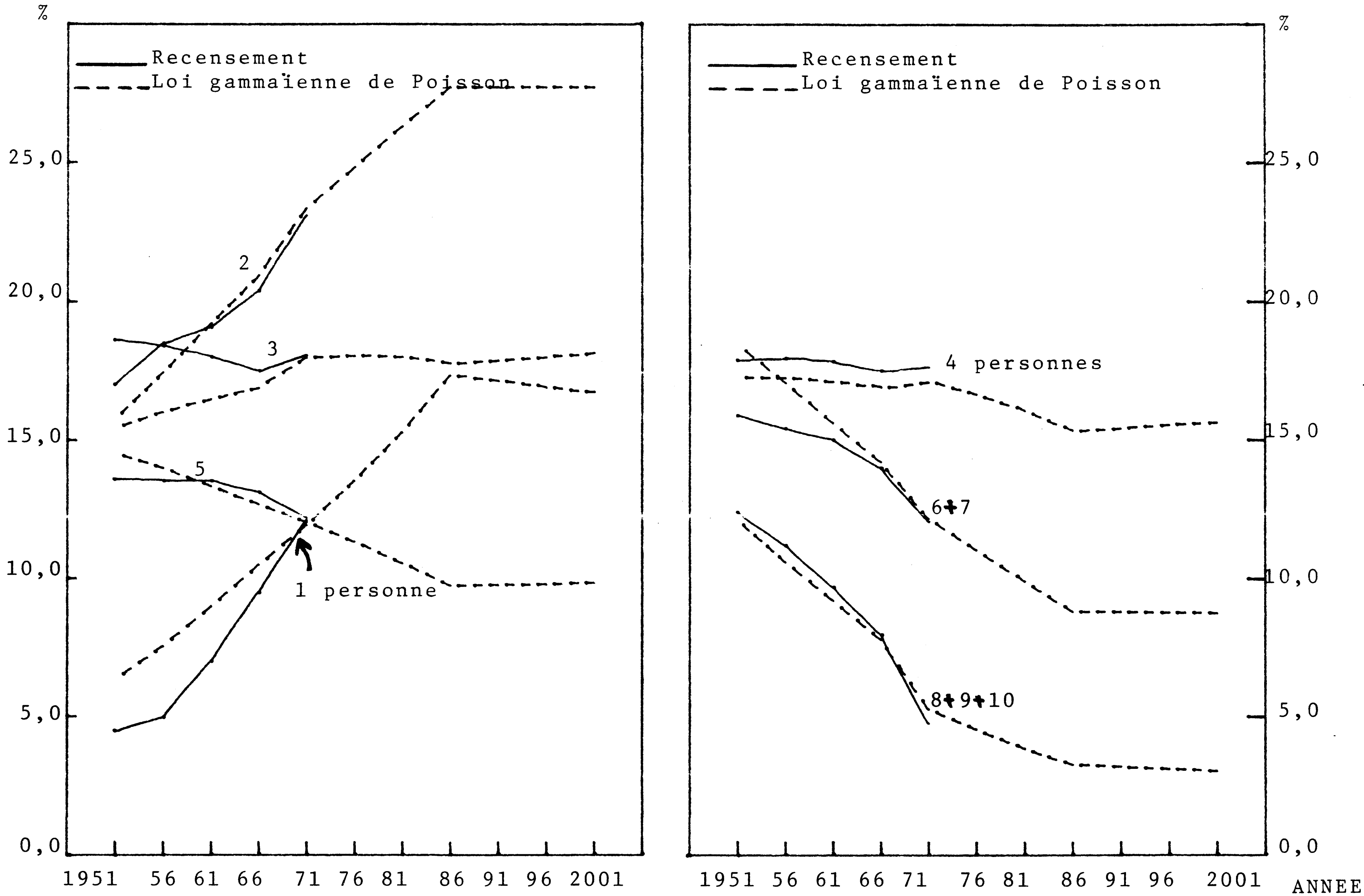
Nous avons enfin essayé l'ajustement en maintenant constant la moyenne à 3,25 de 1986 à 2001 alors que la variance diminue pour se rapprocher de la valeur de la moyenne en 2001 (la variance vaut alors 3,50). Les résultats font l'objet de la figure 8. Les pourcentages pour les ménages de 2 et 3 personnes sont corrigés de la même

Figure 7: POURCENTAGE CORRIGE DES MENAGES SELON LA TAILLE, QUEBEC 1951-1971
ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001.
HYPOTHESES: MOYENNE DIMINUE (1986-2001)=2,8 en 2001
VARIANCE DIMINUE (1986-2001)=3,0 en 2001



Source: BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC
Service de la démographie et du recensement

Figure 8: POURCENTAGE CORRIGE DES MENAGES SELON LA TAILLE, QUEBEC 1951-1971
ET EXTRAPOLATION JUSQU'EN 2001.
HYPOTHESES: MOYENNE CONSTANTE (1986-2001) à 3,25
VARIANCE DIMINUE=3,50 en 2001.



Source: BUREAU DE LA STATISTIQUE DU QUEBEC
Service de la démographie et du recensement

manière qu'au tableau 3.

Tout compte fait, nous croyons que l'ajustement est valable et qu'il reflète suffisamment le passé pour être utilisé, à moyen terme du moins et moyennant un léger ajustement, comme méthode de projection des ménages selon la taille des ménages.

6. CONCLUSION

Notre travail a pour but de simplifier le plus possible les étapes de calculs et d'extrapolations complexes où les risques d'erreur sont nécessairement élevés. Il ne s'agit pas de présenter cette méthode comme une théorie mais bien pour ce qu'elle est, c'est-à-dire une application intéressante de techniques mathématiques qui, avec l'aide de l'informatique, peuvent nous venir en aide pour simplifier notre travail. Cette "recette", si l'on peut dire, ne remplace pas une analyse sérieuse du dynamisme de la formation et de la dislocation des ménages. Cependant, elle peut être utile dans un domaine où, de toute façon, l'erreur la plus importante vient de la difficulté de cerner l'avenir.

ANNEXE

Voici quelques notes supplémentaires qui pourront aider à faire mieux comprendre pourquoi nous avons opté pour la loi gammaïenne de Poisson afin d'effectuer l'ajustement.(1) Nous avons d'abord traité le pourcentage des ménages par nombre de personnes comme étant une distribution de probabilité discrète. Dès lors, on peut utiliser certaines lois pour reconstituer, à partir de quelques paramètres, une distribution théorique de probabilité. Il suffit de trouver une loi qui ajuste bien les distributions théoriques aux distributions observées.

Le choix de la loi fut basé en fonction des deux principales propriétés que nous connaissons d'une distribution, soit la moyenne et la variance. Ces deux caractéristiques devraient être des estimateurs de la moyenne et de la variance de la population observée, et de plus, la variance devrait être supérieure à la moyenne (d'après les observations passées). Plusieurs distributions théoriques pouvaient être utilisées, dont la loi binômiale, la loi de Poisson de paramètre m la loi gamma et le mélange des deux dernières.

---

(1) Le lecteur intéressé par ces développements pourrait consulter l'article déjà cité de M.F. BAMAS et N. TRIBALLAT, auteurs de cette méthode.

La distribution binômiale est une distribution discrète, et la probabilité qu'un évènement se produise lors d'une expérience se traduit par la formule:

$$p(x) = \frac{N!}{X!(N-X)!} p^x q^{N-x}$$

Où N = limite du domaine X

X = valeur prise par la variable

p = probabilité qu'un évènement se produise

q = probabilité qu'un évènement ne se produise pas.

De plus, les deux propriétés de cette distribution (moyenne et variance) sont définies théoriquement par les formules suivantes:

$$r_1 = Np$$
$$\sigma_1^2 = Npq$$

La comparaison de la moyenne à la variance montre que la variance sera toujours inférieure à la moyenne, car p et q sont des probabilités. La loi binômiale est donc à rejeter.

La loi de Poisson de paramètre m est aussi une distribution de probabilité discrète et dont la formule est la suivante:

$$P(x) = \frac{m^x e^{-m}}{x!}$$

Où m = paramètre donné

X = valeurs prises par la variable

e = 2,71828...

Ses deux principales propriétés, la moyenne et la variance, sont respectivement

$$\mu_2 = m$$
$$\sigma_2^2 = m$$

Les deux propriétés sont égales, ce qui ne satisfait pas le critère qui veut que la variance soit supérieure à la moyenne.

La loi Gamma est une distribution de probabilité de type continu dont la fonction de densité se définit ainsi:

$$f(x) = \frac{a^{p} e^{-ax} x^{p-1}}{\Gamma(p)}$$

Les deux premiers moments (moyenne et variance) sont respectivement

$$\mu_3 = p/a$$
$$\sigma_3^2 = p/a^2$$

La loi Gamma ne peut être utilisée comme telle, étant donné qu'elle est de type continu.

La combinaison de la loi de Poisson de paramètre m, avec le paramètre m qui devient une variable aléatoire suivant la loi Gamma définit plus haut, nous donne une loi "gammaïenne" de Poisson dont la moyenne et la variance sont respectivement

$$\mu_4 = p/a$$
$$\sigma_4^2 = p/a + p/a^2$$

Dans ce cas, la variance est supérieure à la moyenne, ce qui nous indique que la loi "gammaïenne de Poisson est susceptible d'être la loi qui ajuste le plus fidèlement les données de la population observée.